Statik og jernbeton

Dario Parigi, dpa@build.aau.dk
BUILD - Institut for Byggeri, By & Miljø



Nordic Pavilion in Venice by Sverre Fehn

Agenda / Intro

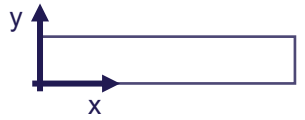
- Hvad kan gå galt?

- Hvordan undgår vi, at det går galt?

- **Kræfter**
- **Ydre kræfter**
- **Indre kræfter og deformationer**
- **Armeret Beton**
- **Moment / Stabilitet**

- **Statik** er læren om bestemmelse af kræfter og kraftmomenter, der forekommer i et/en givet mekanisk system/konstruktion, som enten befinder sig i **hvile** eller bevæger sig med konstant hastighed - dvs er i ligevægt.

- Matematisk udtryk for ligevægt er ligevægtsligninger: summen af alle kræfter, der virker på systemet, er lig med nul.



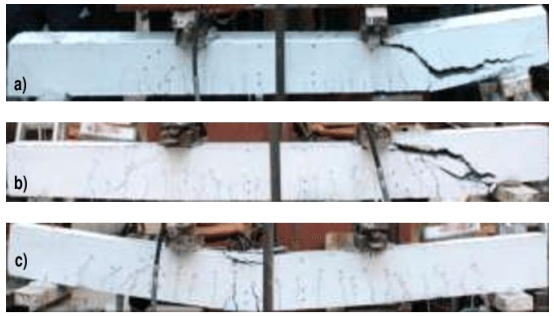
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum \mathrm{M}_z = 0 \end{cases}$$

2d systemer

Kraverne

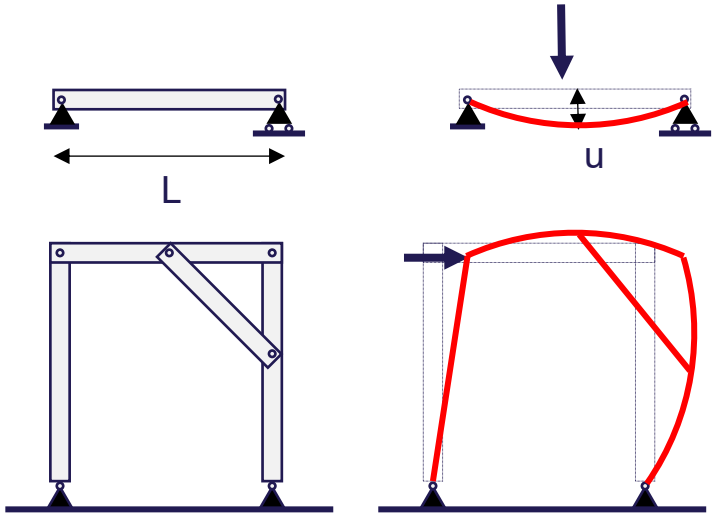
Styrke

Der må ikke ske brud af hele konstruktionen eller en del af den.



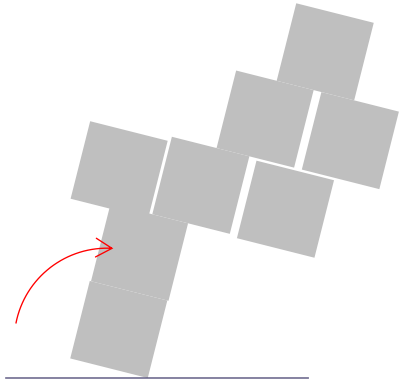
Stivhed

Der er acceptable krav til nedbøjning



Stabilitet

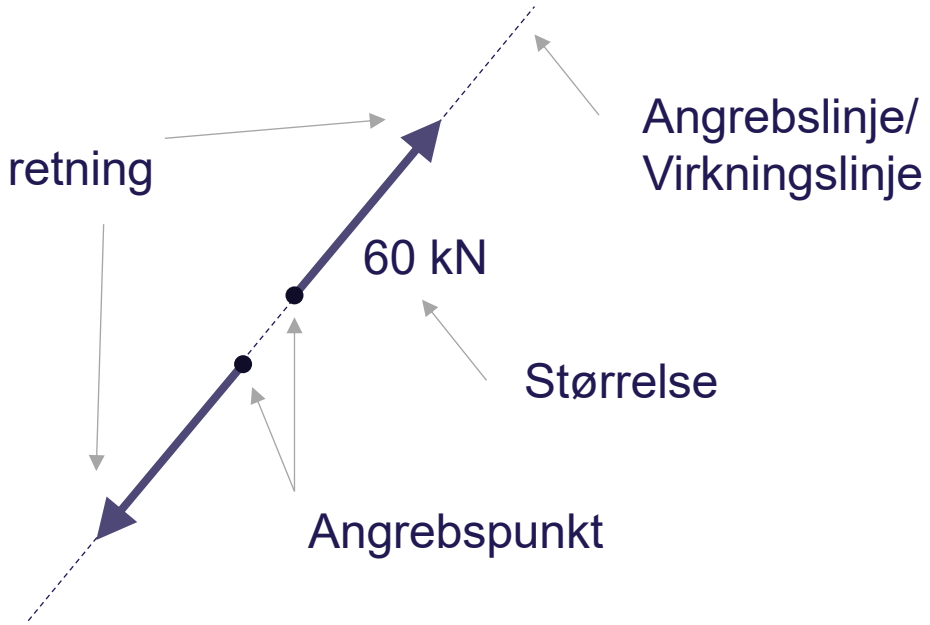
Der må ikke være mekanismer / må ikke vælte



Definition på kraft

En kraft er en vektor givet ved:

- Størrelse
- Retning
- Angrebspunkt
- Angrebslinje



Egenlast:
Permanent – konstant i tiden (tyngdekraft)

Nyttelast:
Vedvarende del (5-10år) og transient del (1-3dage)

Vindlast:
Middelvind konstant i 10 minutters perioder

Snelast:
Approksimativt konstant i 14 dage perioder

(Ulykkeslast)

Tyngdekraft (egenlast)

Tyngdekraft = masse ·tyngdeacceleration

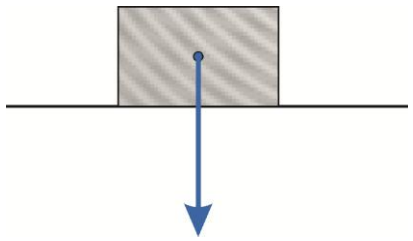
$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{a}$$

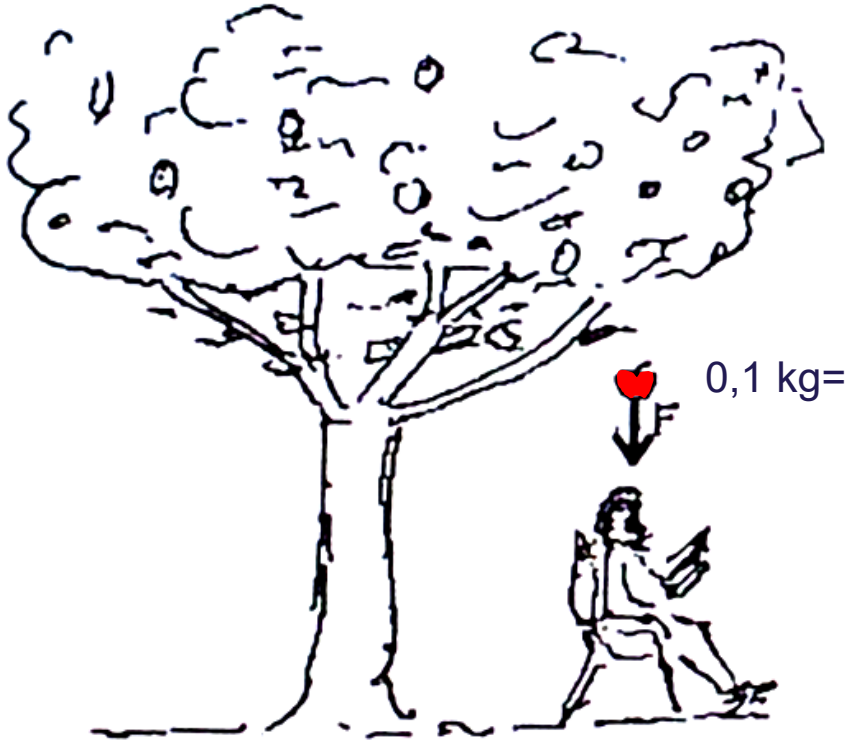
$\boldsymbol{F}$ = (1 Kg)*(9,82 m/s^2) = 9,82 $\frac{\text{kg·m}}{\text{s}^2}$

Grundenhed i SI-systemet: Newton, N

$1\ \frac{\text{kg·m}}{\text{s}^2} = 1$ N

1 kg= 9,82N ~ 10 N

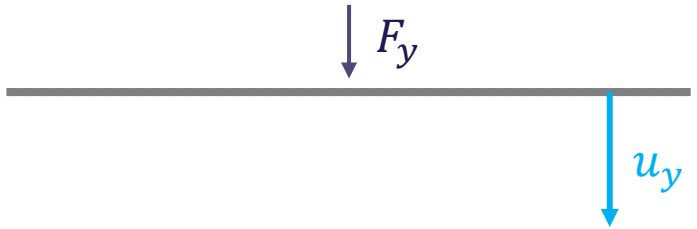


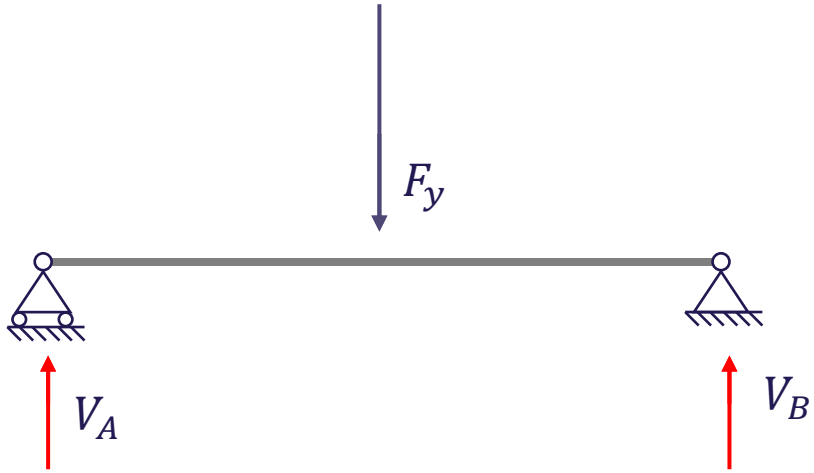


0,1 kg= 0,982N ~ 1 N

Courtesy of Prof.Algostino – Prof. Faraggiana

Reaktioner / Ydre kræfter





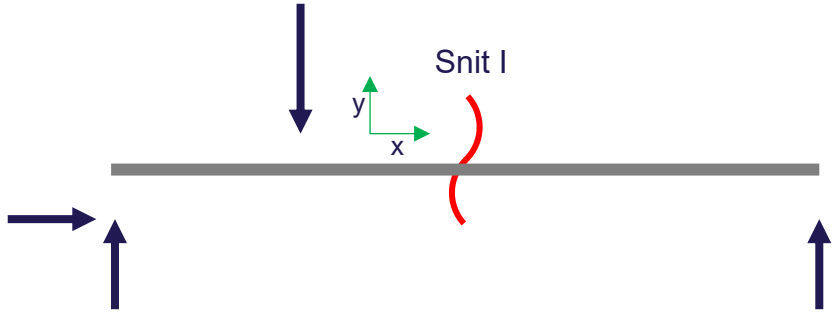
Understøtninger

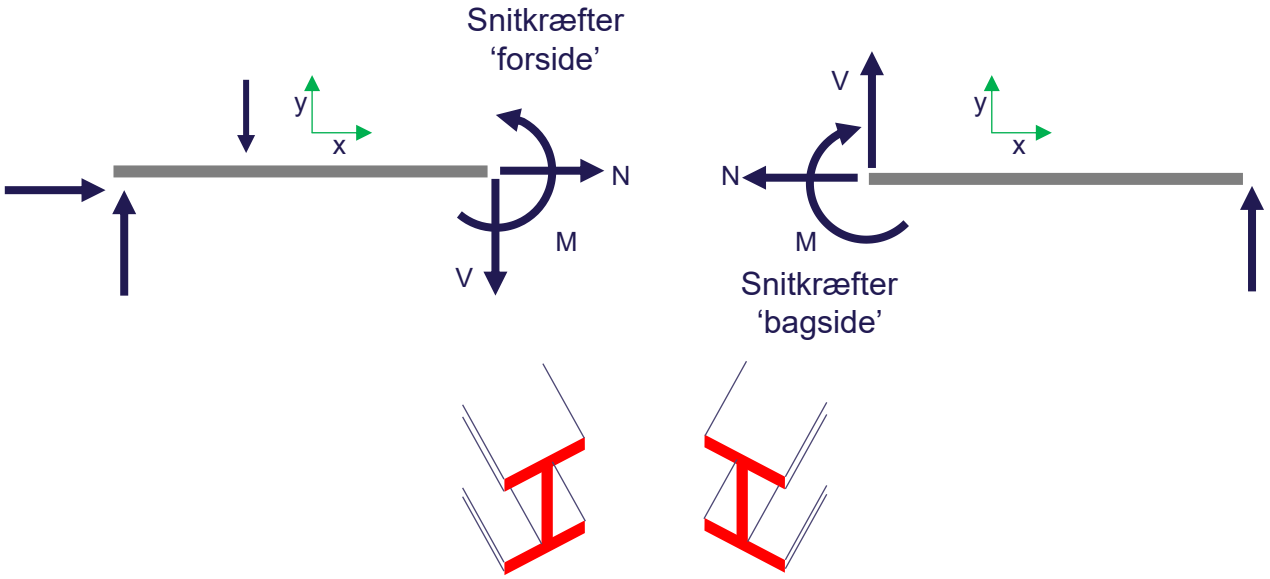
Reaktioner

$$\uparrow \sum F_x = 0 \; ; \quad V_A + V_B - F_y = 0$$

$$\boldsymbol{V_A + V_B = F_y}$$

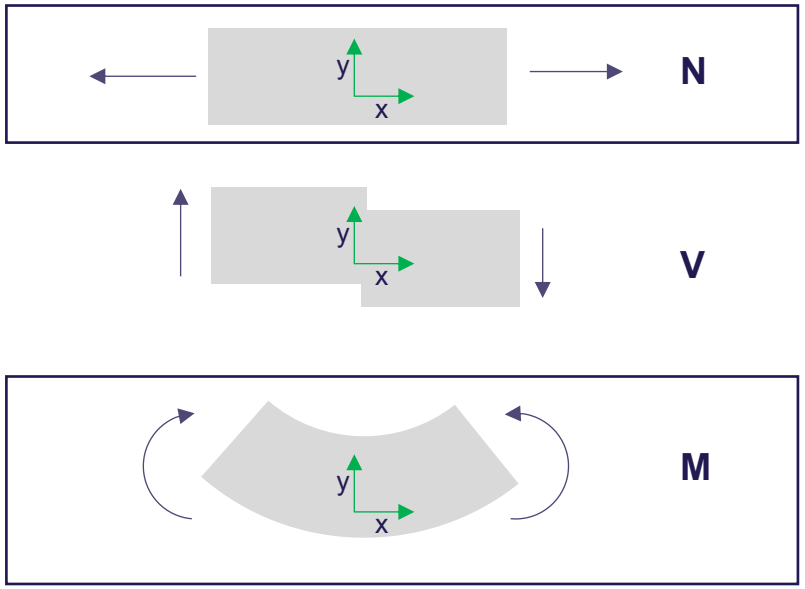
Indre kræfter / N, V, M





I 2D haves følgende snitkræfter:

- Normalkraft, **N**.
- Forskydningskraft/Tværkraft, **V**
- Bøjningsmoment, eller ofte blot "moment", **M**

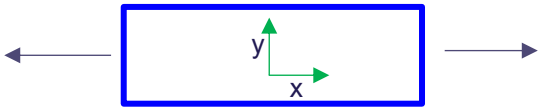


Normalkraft

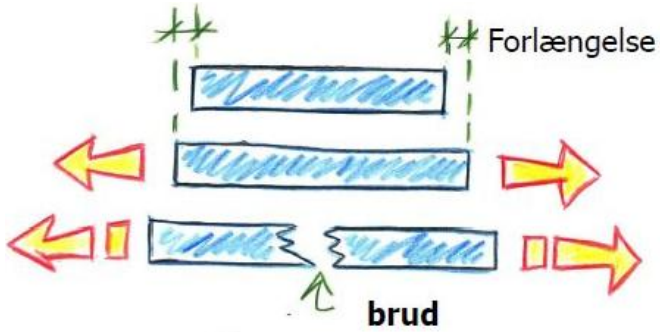
fra en last, der virker langs elementets aksen



træk

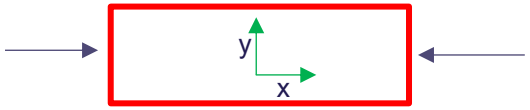


trækstang

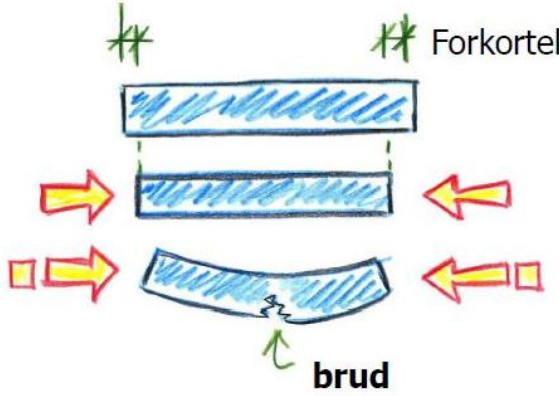




tryk



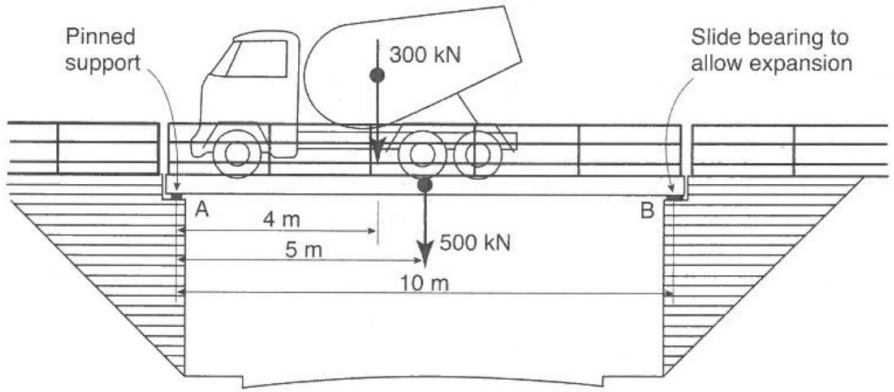
søjle

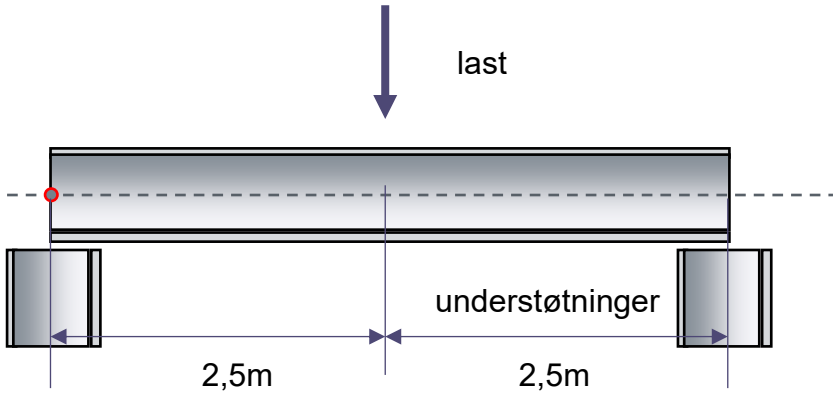


Courtesy of L. Pedersen

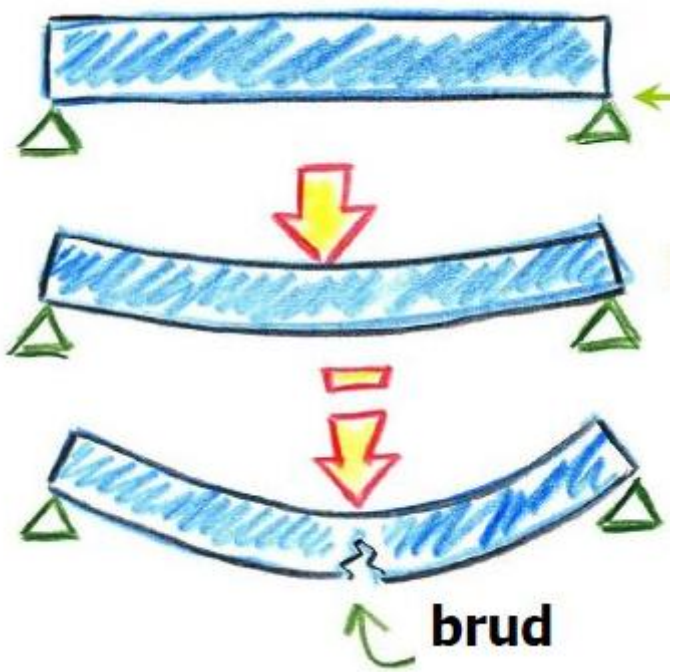
Bøjningsmoment

fra en last, der virker normalt til elementets aksen

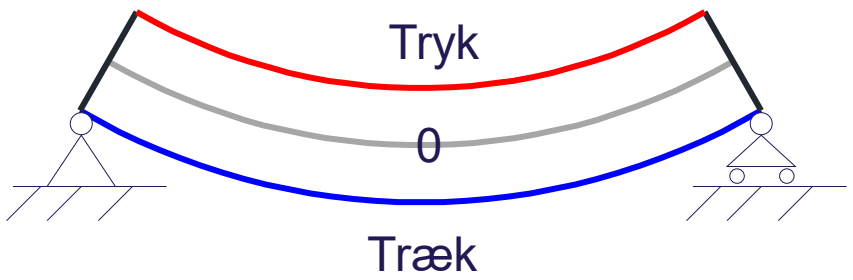




bjælke



Nedbøjning



Courtesy of L. Pedersen

Hvordan har beton det?

- Gode egenskaber i tryk



- Dårlige egenskaber i træk



Hvordan har stål det?

- Gode egenskaber i tryk

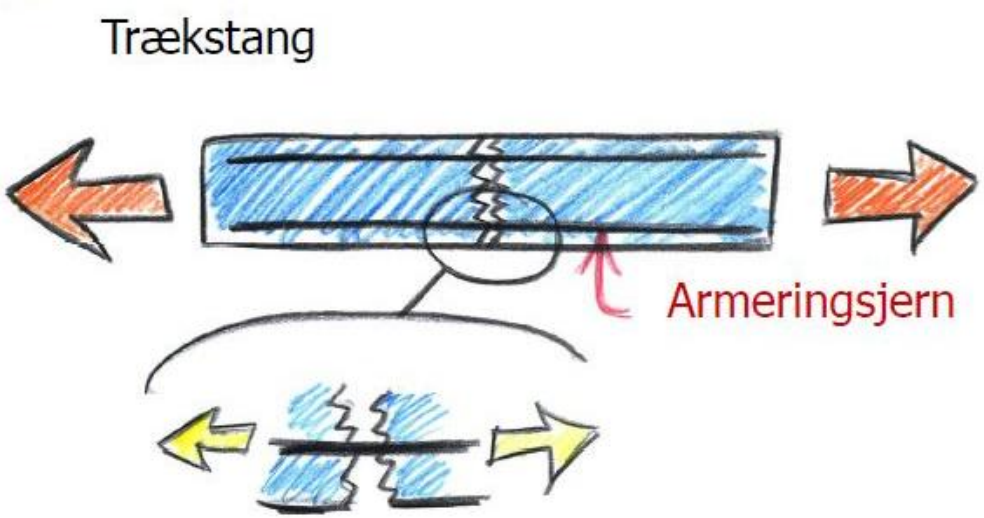


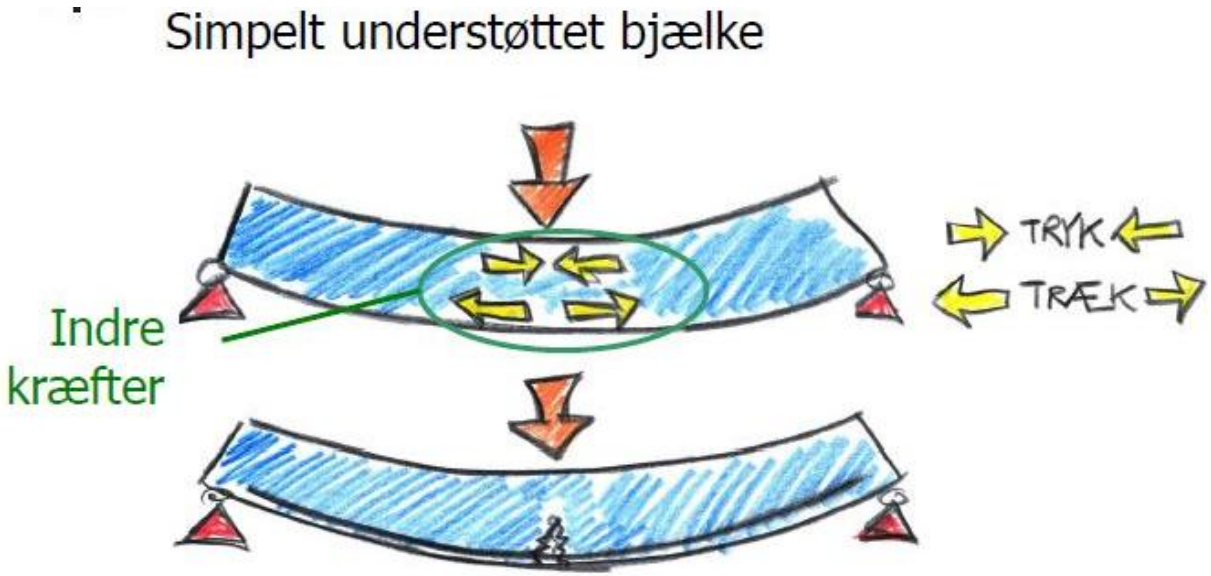
- Gode egenskaber i træk



Courtesy of L. Pedersen

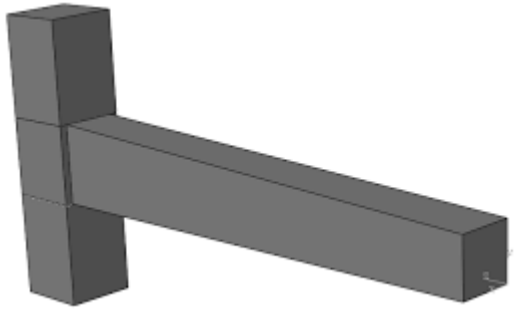
Armeret beton



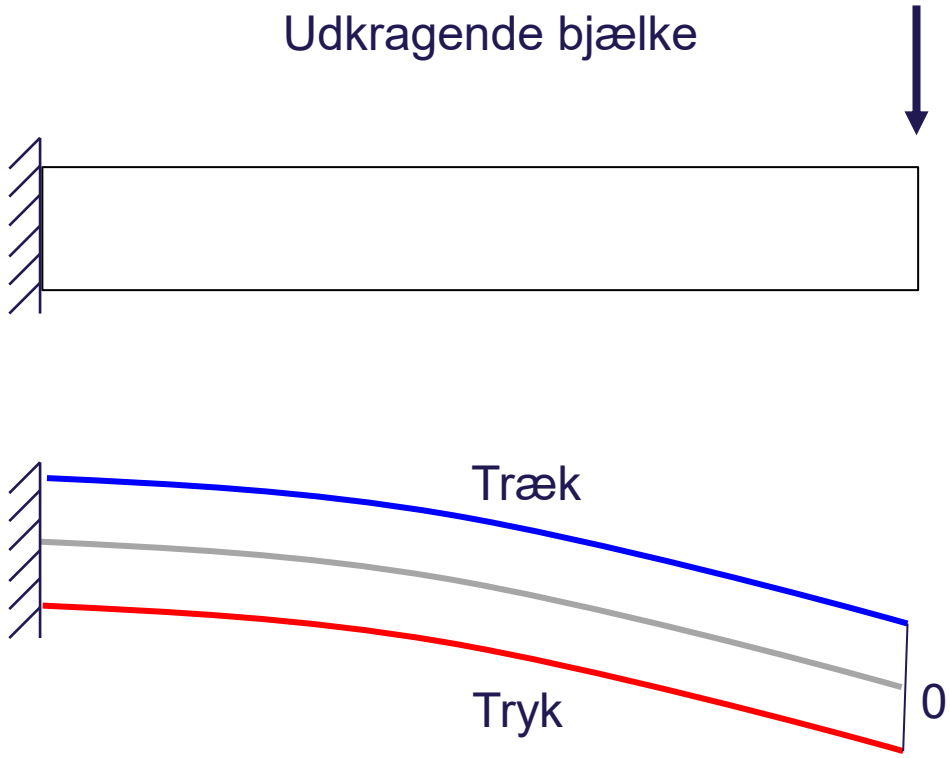


Courtesy of L. Pedersen

Armeret beton



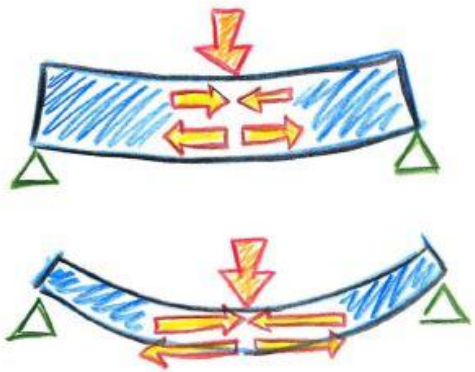




Armeringsbehov

- Behov for armering?
- Hvor meget armering?

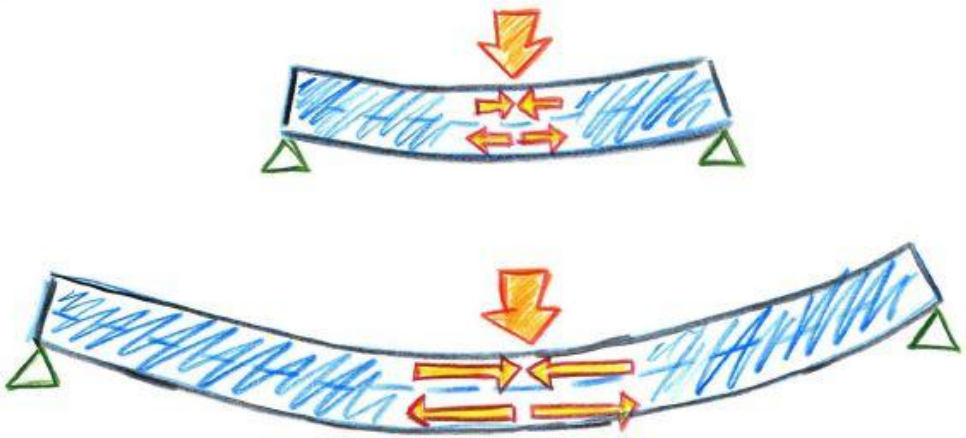
Variabel bjælkehøjde, men konstant spændlængde og last



Slankere bjælke => Større udbøjning =>

Større indre trækkræfter

Bjælke med variabel spændlængde, men ens bjælkehøjde og ens last



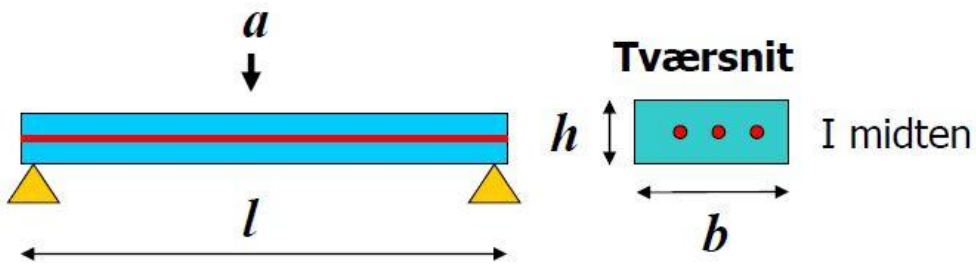
Større spænd => Større udbøjning =>

Større indre trækkræfter

Courtesy of L. Pedersen

Armeringsbehov

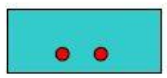
Bjælke



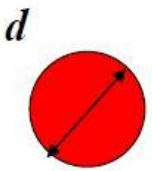
- Nødvendigt antal *armeringsstænger n*:

$$n = \underbrace{4al/(d^2h)}_{\text{Pga. personer}} + \underbrace{40bl^2/d^2}_{\text{Pga. betonen}}$$

Færrer jern hvis i bunden (2/3 af *n*):

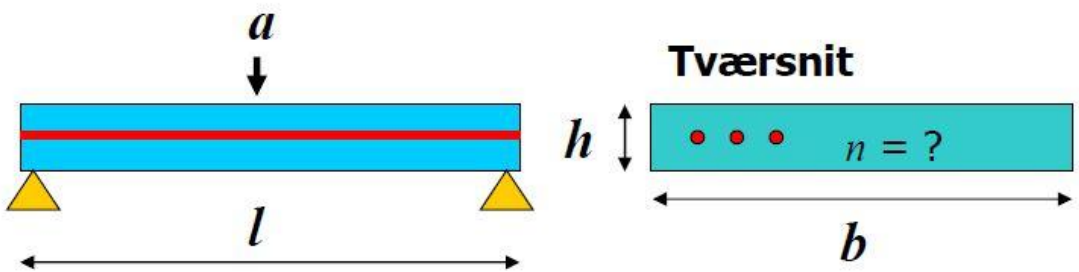


- Antal personer *a (á 120 kg)*
- Højde *h [m]*
- Bredde *b [m]*
- Længde *l [m]*
- Armeringsdiameter *d [mm]*



Courtesy of L. Pedersen

Armeringsbehov



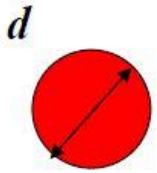
Eks:

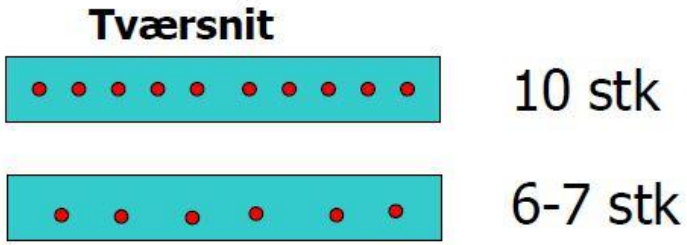
- Nødvendigt antal *armeringsstænger n*:

$$n = \underbrace{4al/(d^2h)}_{\text{Pga. personer}} + \underbrace{40bl^2/(d^2)}_{\text{Pga. betonen}}$$

$$n = 8.9 + 0.6 = 9.5$$

l = 1 m
a = 4
d = 6 mm
h = 0.05 m
b = 0.5 m

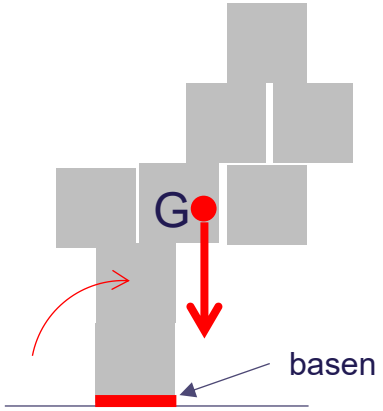




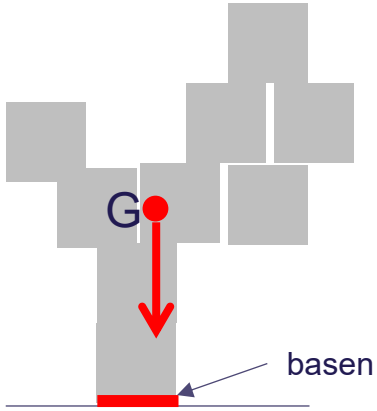
Courtesy of L. Pedersen

Stabilitet

- For at en konstruktion skal være stabil under sin egen vægt, skal tyngdepunktet falde inden for konstruktionens basen. Basen er den del af en konstruktion, som hviler direkte på jorden eller en anden understøttende flade



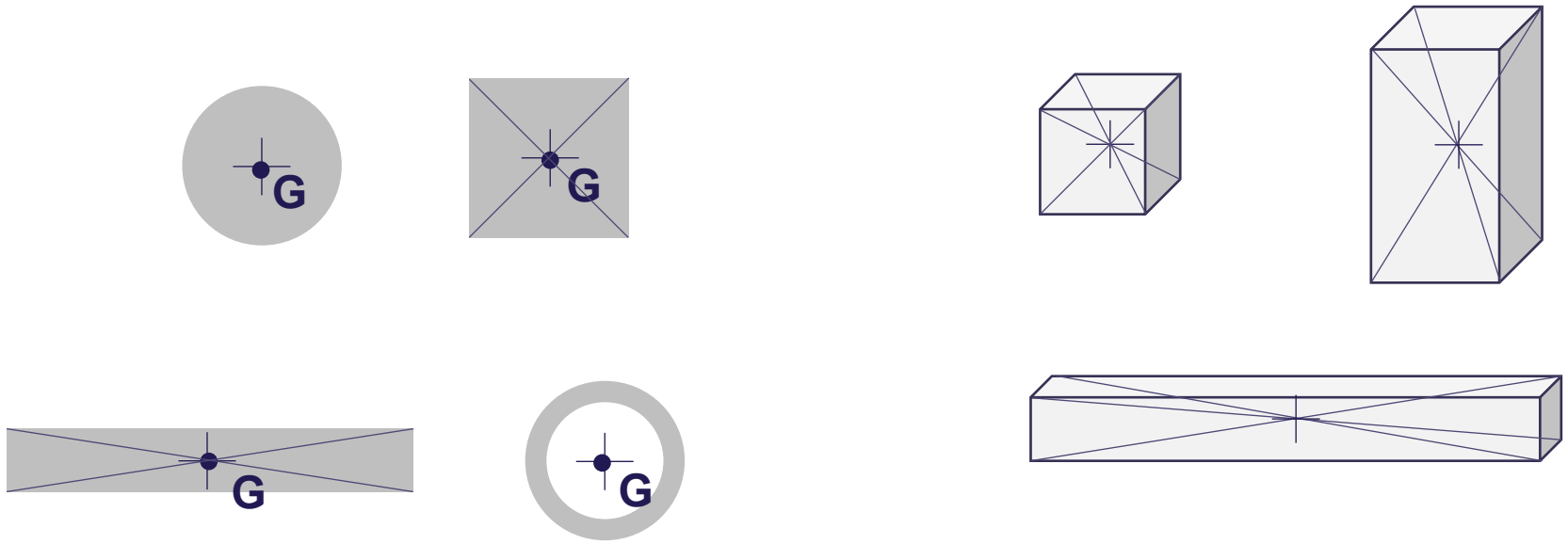
ustabil
Tyngdepunkt falder uden for basen



stabil
Tyngdepunkt falder inde for basen

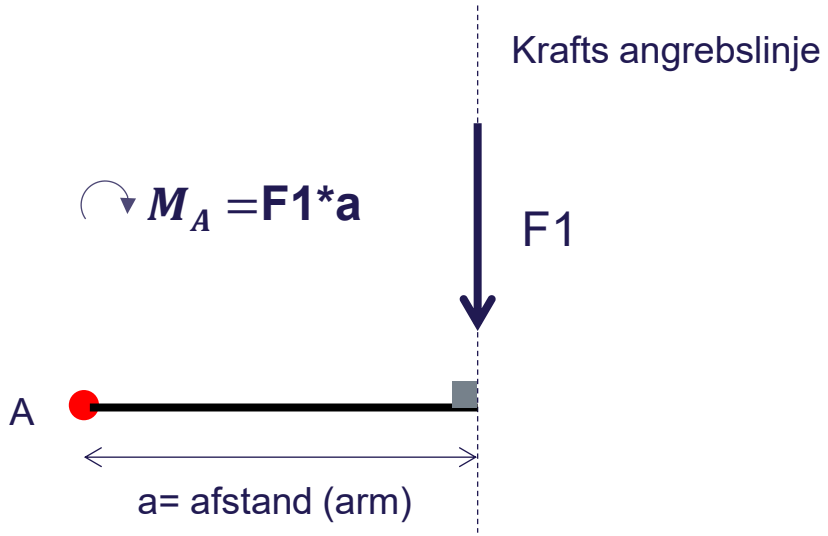
Tyngdepunktet

Tyngdepunktet, er det sted, hvor en objekt ville balancere perfekt, hvis du kunne støtte den kun på det punkt. Placeringen af tyngdepunktet for mange simpel 2d og 3d former er intuitivt. Tyngdepunktet for et firkant er for eksempel placeret i sit geometriske centrum.



Momentet

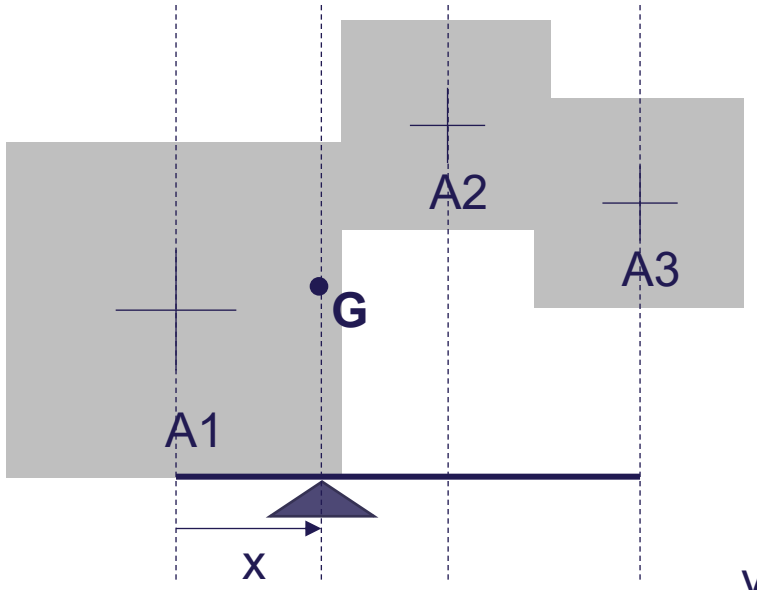
- Momentet er et mål for dens tendens til at få et objekt til at rotere om et bestemt punkt eller en bestemt akse.
- Bestemmes ved:
  - $\mathbf{M_B} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{a}$ (”Kraft gange arm”). Enheden for moment er Newton-meter [Nm].
  - Positiv omdrejningsretning vælges frit (her positiv omdrejningsretning med uret)



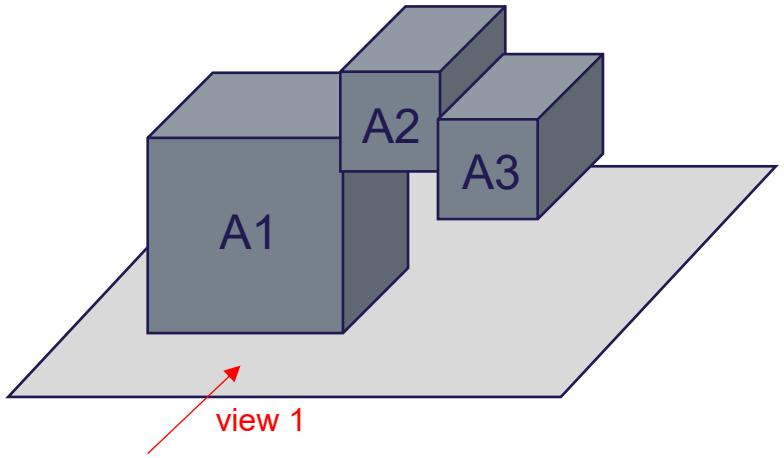
Bestemmelse af tyngdepunktet

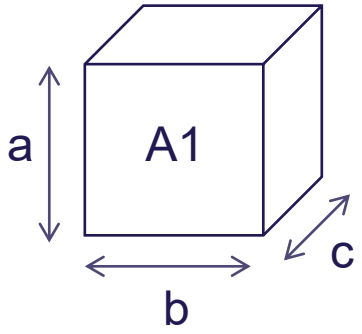
Af geometrier, der er en kombination af simple geometriske former. For hver form vi bestem masse (**m**) fra densitet (2400 kg/m^3 for beton) og volumen, og så bestem tyngdekraft som $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{a}$ og anvend i hver former tyngdepunkt.

eks: $\boldsymbol{F}$ = (1 Kg)*(9,82 m/s^2) = 9,82 N



view 1





Ukendt **X** definerer beliggenheden af støttepunktet, der passerer **gennem tyngdepunktet**—stedet hvor et objekt balancerer perfekt. Hvis tyngdepunktet ligger inden for basen, er konstruktionen i ligevægt.

Bestemmelse af tyngdepunktet

- Ved støttepunkt vi har en reaktion R=F1+F2+F3.

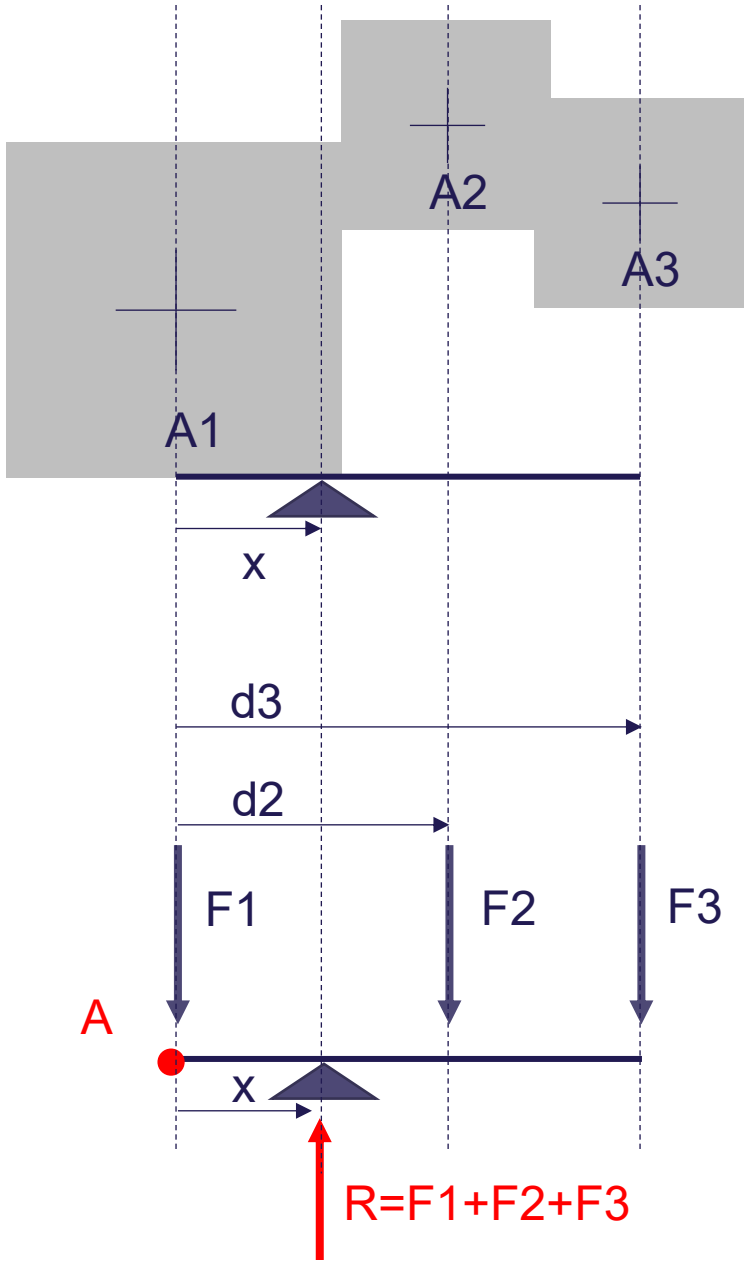
$$\downarrow \sum F_x = 0\ ; \qquad F1 + F2 + F3 - R = 0$$

$$R=F1+F2+F3$$

- Krav for et system i ligevægt, er at sum af momenter fra alle kræfter er lige med nul

$$\curvearrowright \sum \mathrm{M}_A = 0 \qquad F2*d2+F3*d3-R*x=0$$

$$x=(F2*d2+F3*d3)/R$$



Bestemmelse af tyngdepunktet

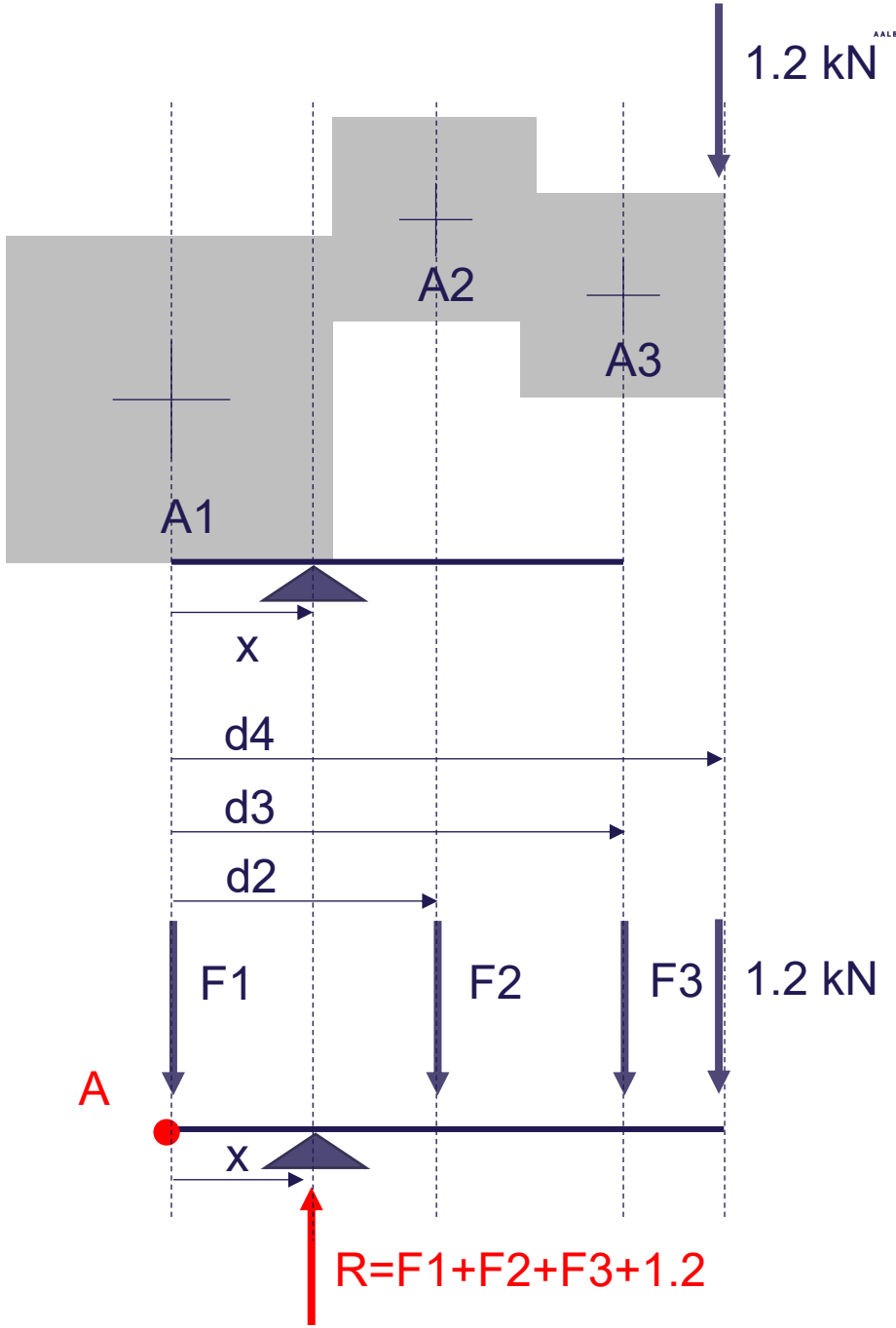
Ved støttepunkt vi har en reaktion R=F1+F2+F3. Så vi kan beregne moment, sum af alle momenter skal være lige til nul

$$\downarrow \sum F_y = 0 \; ; \qquad F1 + F2 + F3 + 1.2 - R = 0$$

$$R=F1+F2+F3+1.2$$

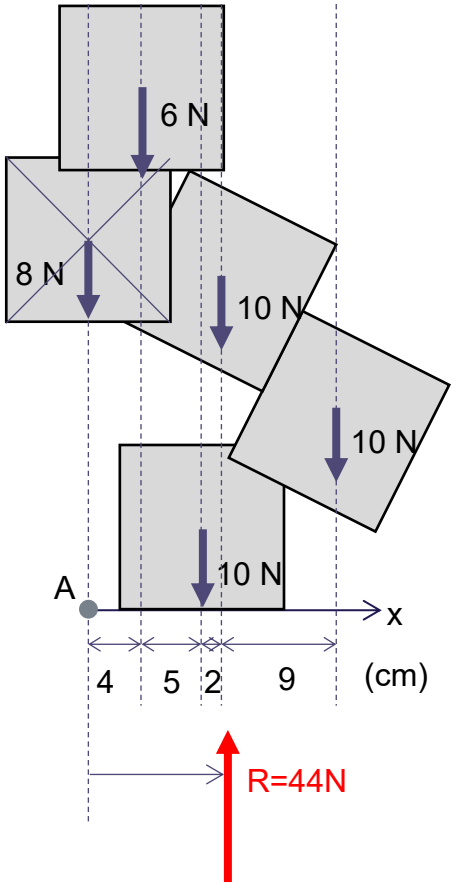
$$\curvearrowright \sum M_A = 0 \qquad F2*d2+F3*d3+1.2*d4-R*x=0$$

$$x=(F2*d2+F3*d3+1.2*d4)/R$$



Tyngdepunkt beliggenhed (eks)

Kraftsystem







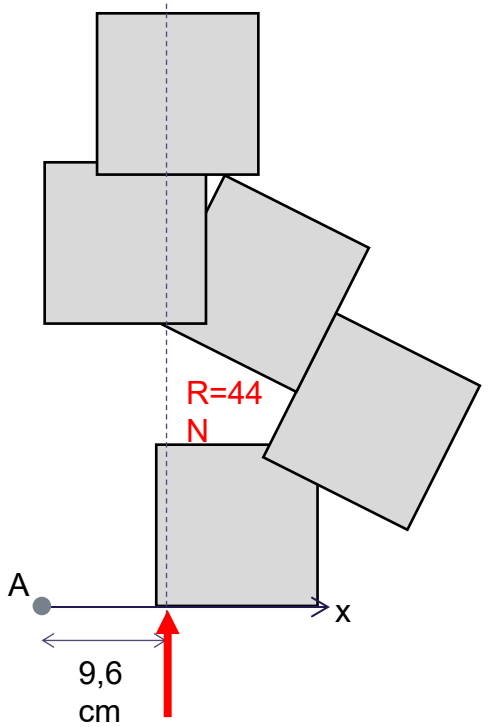
ArT 2020, BA1, Mette, Louise, Josefine, Olivia & Emilie

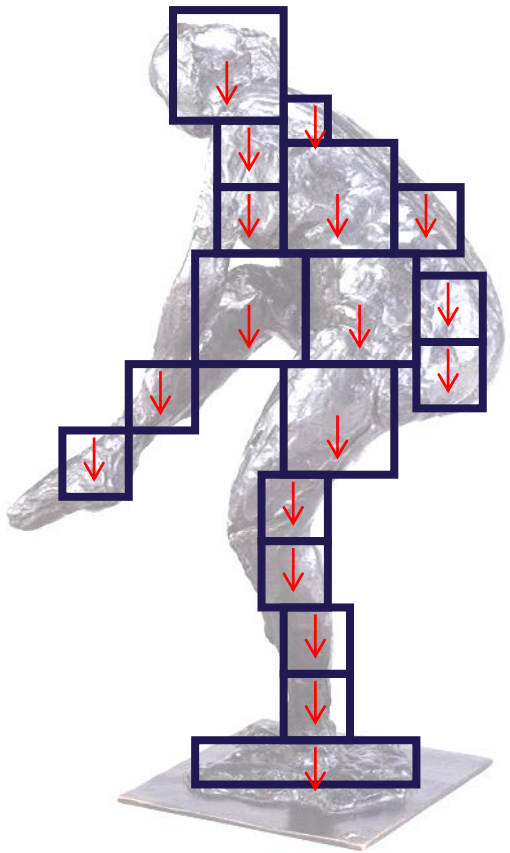
$\circlearrowleft M_A$: $10*0.09+10*0.20+10*0.11+8*0+6*0.04 - R * x=0$

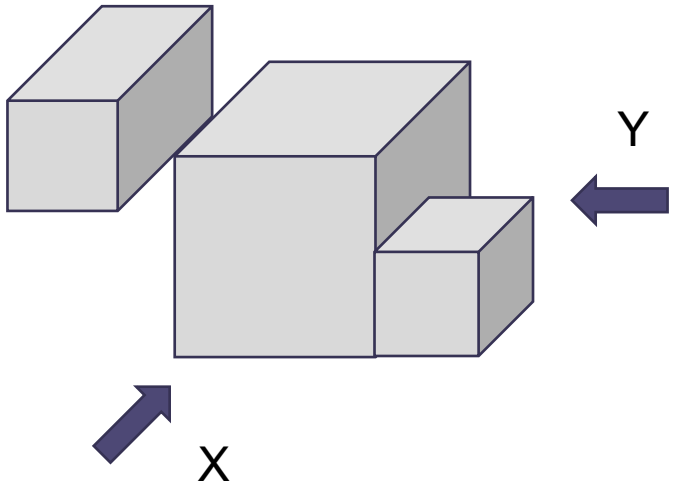
$R * x = 4{,}24$

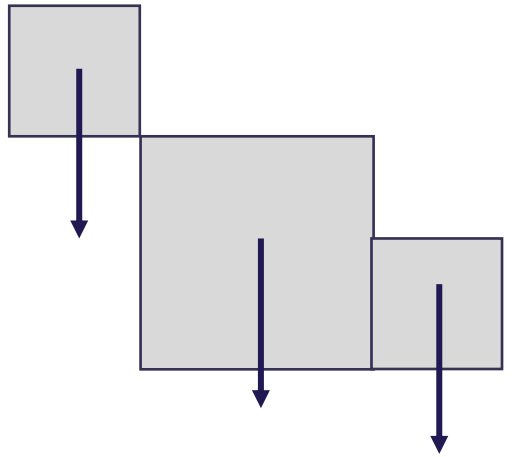
$x = 4{,}24 / 44 = 0{,}096$ m

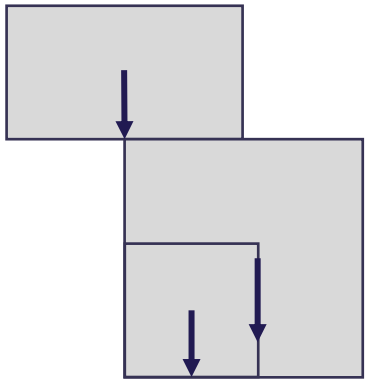
tyngdepunkts beliggenhed






Y
X


X


Y



Nordic Pavilion in Venice by Sverre Fehn